

РОЗРОБКА ТА АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ СЕРЕДНЬОЇ ВИСОТИ ЗАЗОРУ ТА ПИТОМОЇ ПЛОЩІ ШОРСТКОЇ ПОВЕРХНІ КОНТАКТУ БЕЗЗМАЩУВАЛЬНИХ ЦИЛІНДРО-ПОРШНЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ

Реферат - На основі теорії стохастичних процесів розроблені методи розрахунку основних характеристик контакту спряжених поверхонь беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень. Результатом є створення інженерних методів розрахунку герметичності (тривалості натікання газу) в беззмащувальних циліндро-поршневих металополімерних ущільненнях. В статті розглядається пружний контакт сильно анізотропної шорсткої поверхні (полімерна поверхня) з гладкою (металева поверхня). Поставлено задачу розробити інженерні методи розрахунку основних характеристик контакту спряжених поверхонь беззмащувальних циліндро-поршневих металополімерних ущільнень – середньої висоти зазору та питомої площі шорсткої поверхні контакту, а також виконати аналіз точності розроблених методів.

Ключові слова: контакт; номінальний контактний тиск; середня висота зазору; питома площа шорсткої поверхні контакту; тривалість натікання газу; беззмащувальні циліндро-поршневі ущільнення; профілограма, теорія стохастичних полів.

O.G. TYMOSHCHUK
Khmelnitskyi National University

DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF ACCURACY OF CALCULATION METHODS MEDIUM HEIGHTS COMPLETED AND CURRENT PLATES SHORT SURFACE OF CONTACT OF NON-MAKING CYLINDRO-PISTON SEALS

Abstract - On the basis of the theory of stochastic processes, methods for calculating the main characteristics of the contact of the conjugated surfaces of the non-greasy cylinder-piston seals are developed. The result is the creation of engineering methods for calculating the tightness (duration of gas leakage) in the non-greasy cylinder-piston metal-polymer seals. The article deals with the elastic contact of a strongly anisotropic rough surface (polymeric surface) with a smooth (metal surface). The task is to develop engineering methods for calculating the main characteristics of the contacting surfaces of the non-greasy cylinder-piston metal-polymer seals - the average height of the gap and the specific area of the rough surface of the contact, as well as perform an analysis of the accuracy of the developed methods. It is proved that the asymptotic formula of the specific surface area of a rough, strongly anisotropic surface coincides with the gradient formula for this surface. With the help of the Flaechе program [8], the ratio of the specific surface area of a rough, strongly anisotropic surface with a second order spectral moment is calculated. In order to determine the average clearance height, the exact formula derived on the basis of which the calculated (engineering) formula is derived. The values calculated for the exact and calculated formula of the average gap height are not more than 0.14 at $K < 1$ and not more than 0.01 at $K > 1$. To determine the specific surface area of the rough, strongly anisotropic surface, the exact formula, on the basis of which two variants of the calculated (engineering) formula of the specific area of the rough surface of contact of the conjugated surfaces are obtained. Values calculated on the exact and estimated formulas of the specific surface area of rough surface do not differ by more than 0.063, or by 0.6%.

Keywords: contact; nominal contact pressure; average clearance height; specific area of the rough surface of the contact; duration of gas flow; non-greasy cylinder-piston seals; profile graph, theory of stochastic fields.

Вступ

В силу законів кінематики руху елементів кінематичної пари, шорсткі поверхні спряження циліндро-поршневих ущільнень можна розглядати як поверхні з сильною анізотропією, тобто їх можна характеризувати на підставі профілограми, що записана в поперечному напрямку. Оскільки задача про контактування двох шорстких поверхонь може бути зведена до задачі про контактування гладкої площини з еквівалентною шорсткою поверхнею [1,2], тому використовується саме така розрахункова схема. Підставою для використання такої розрахункової схеми є і те, що в беззмащувальних циліндро-поршневих ущільненнях найчастіше використовуються металополімерні пари [3], а для них характерно те, що середньоарифметичне відхилення Ra точок профілю полімерного матеріалу є значно більшим за аналогічний показник металевої поверхні. З огляду на сказане вище, В статті розглядається пружний контакт сильно анізотропної шорсткої поверхні (полімерна поверхня) з гладкою (металева поверхня).

Постановка проблеми

Семенюк М.Ф. [4, 5] розглядав профілограму, записану в напрямку θ на шорсткій поверхні $z=z(x,y)$ як реалізацію стохастичного процесу $z = z(r)$. Вважається, що процес $z(r)$ є стаціонарним нормальним із середнім

$$\overline{z(r)} = 0 \quad (1)$$

і кореляційною функцією

$$K_{\theta}(r) = \lim_{L_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2L_0} \int_{-L_0}^{L_0} z(r_1) z(r_1 + r) dr_1, \quad (2)$$

Спектральна функція зв'язана з кореляційною функцією перетворенням Фур'є:

$$\Phi_{\theta}(k') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_{\theta}(r) e^{-ik'r} dr. \quad (3)$$

Виклад основного матеріалу

Необхідно розробити інженерні методи розрахунку основних характеристик контакту спряжених поверхонь беззмашувальних циліндро-поршневих металополімерних ущільнень – середньої висоти зазору та питомої площі шорсткої поверхні контакту.

Середня висота зазору може бути розрахована як відношення міжконтактного об'єму до номінальної площі контакту, що омивається середовищем – газом чи рідиною:

$$H_s = \frac{V}{1 - \eta}, \quad (4)$$

де η – відносна фактична площа контакту.

Перетворимо знаменник формули (4), користуючись наступною формулою [8]:

$$\eta = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{u}{\sqrt{2}} \right), \quad (5)$$

і отримаємо

$$1 - \eta = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(-\frac{u}{\sqrt{2}} \right), \quad (6)$$

де u – ефективний рівень деформації.

На підставі формули міжконтактного об'єму, розрахованого як об'єм простору, обмеженого шорсткою деформованою поверхнею і площиною, що перетинає поверхню на рівні u :

$$V = \frac{m_0^{1/2}}{2} \left[\left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right) + u \operatorname{erfc} \left(-\frac{u}{\sqrt{2}} \right) \right], \quad (7)$$

і формули (6) формула (4) має наступний вигляд:

$$H_s = m_0^{1/2} \left\{ u + \left[\left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{u^2}{2} \right) \operatorname{erfc} \left(-\frac{u}{\sqrt{2}} \right) \right]^{-1} \right\}. \quad (8)$$

Дослідимо граничні випадки формули (8). У випадку малих навантажень, коли $u \rightarrow \infty$, отримаємо:

$$H_s \rightarrow m_0^{1/2} u , \quad (9)$$

де $m_0 = \frac{\pi}{2} R a^2$ – спектральний момент нульового порядку.

У випадку великих навантажень, коли $u \rightarrow -\infty$, маємо наступне. Користуючись асимптотичним представленням додаткового інтегралу ймовірностей [9], для нашого випадку маємо:

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) \rightarrow -u . \quad (10)$$

Підставивши (10) в (8), отримаємо:

$$H_s \rightarrow 0 . \quad (11)$$

Ми отримали якісно правильний результат – із збільшенням навантаження середня висота зазору прямує до нуля.

На підставі формули (8) і формули [10]

$$1 - \exp(-K) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right) = 0 . \quad (12)$$

за допомогою програми Spiel [8] розрахований зв'язок середньої висоти зазору з комплексом умов контактування

$$K = \frac{1,83 \sigma_n}{Eq} , \quad (13)$$

де σ_n – номінальне напруження в контакті;

E – зведений модуль Юнга ;

q – градієнт шорсткої поверхні.

Отримані результати представлені на рис.1.

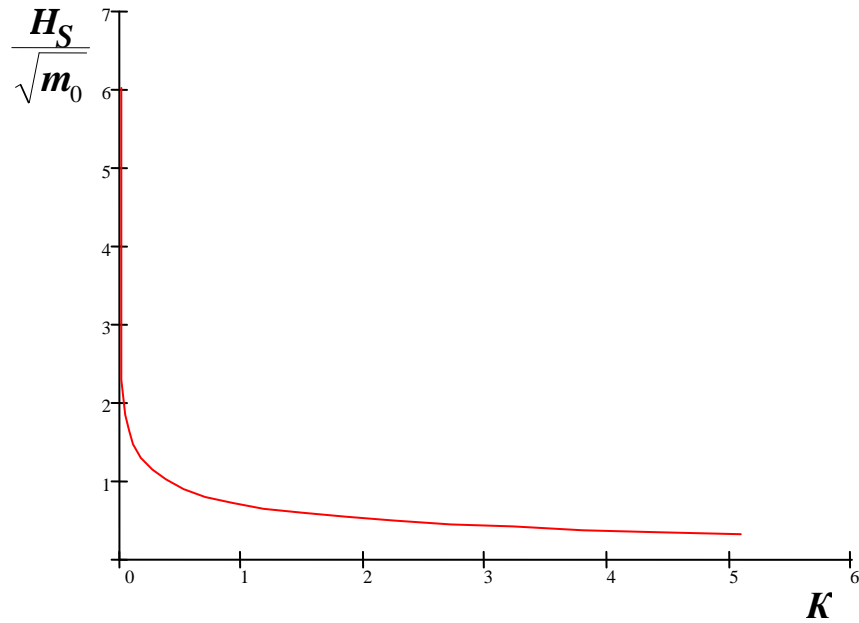


Рис. 1 Залежність середньої висоти зазору від комплексу умов контактування

Залежність, представлена на рис. 1, була апроксимована формулою:

$$\frac{H_S}{\sqrt{m_0}} = \begin{cases} -8,025 + 3,898 \ln(9,236 - C), & (C < 0); \\ 190,9 \exp[-(9,14 + C)^{0,78}], & (C \geq 0) \end{cases} \quad (14)$$

Формула (14) отримана в результаті розрахунків за програмами Appr_Hs_1, Appr_Hs_2 [8]. Вона якісно правильно описує поведінку рівня деформації при зміні номінального навантаження, оскільки з неї випливає, що:

$$\lim_{\sigma_n \rightarrow 0} H_S = \infty ;$$

$$\lim_{\sigma_n \rightarrow \infty} H_S = 0.$$

Визначимо питому площу шорсткої, сильно анізотропної поверхні S , тобто відношення площі шорсткої поверхні S_s до номінальної площі контакту A_a . Очевидно, що величина, яка розглядається, є безрозмірною.

Для розрахунку величини S в [11] використана формула:

$$S = \frac{1}{2m_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{1}{4m_2^2}\right) \left[K_0\left(\frac{1}{2m_2}\right) + K_1\left(\frac{1}{2m_2}\right) \right], \quad (15)$$

де $m_2 = m_0 (\pi \cdot D_0)^2$ – спектральний момент другого порядку;

$K_0(\dots)$, $K_1(\dots)$ – модифіковані функції Бесселя.

Величина S в [11] названа питомою довжиною профілограми. Очевидно, що у випадку шорстких, сильно анізотропних поверхонь вона є також і питомою площею шорсткої поверхні.

Виходячи з визначення питомої площі, ясно, що для гладкої поверхні, тобто поверхні, для якої $m_2 = 0$, величина S повинна дорівнювати 1. Перевіримо, чи задовольняє цій умові формула (15). Враховуючи асимптотичні представлення для модифікованих функцій Бесселя [12], при $m_2 \rightarrow 0$ маємо:

$$K_0\left(\frac{1}{2m_2}\right) \rightarrow \sqrt{\pi m_2} \exp\left(-\frac{1}{2m_2}\right) ;$$

$$K_1\left(\frac{1}{2m_2}\right) \rightarrow \sqrt{\pi m_2} \exp\left(-\frac{1}{2m_2}\right) ;$$

$$S \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2m_2}} \exp\left(\frac{1}{4m_2^2} - \frac{1}{2m_2}\right) .$$

Таким чином отримуємо, що, якщо виходити з формули (15), то $\lim_{m_2 \rightarrow 0} S = \infty$. Цей результат свідчить про те, що формула (15) неправильна.

Інша формула для розрахунку величини S наведена в [13]. В цій роботі величина, яка розглядається, названа довжиною реалізації гаусівського процесу. Ця формула має наступний вигляд:

$$S = \frac{\beta \exp(\beta^2)}{\sqrt{2\pi}} [K_0(\beta^2) + K_1(\beta^2)] , \quad (16)$$

де $\beta = 1/(2m_2)$.

Перевіримо, чи задовольняє ця формула умові $\lim_{m_2 \rightarrow 0} S = 1$. При $m_2 \rightarrow 0$ (відповідно $\beta \rightarrow \infty$) отримаємо:

$$K_0(\beta^2) \rightarrow \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp(-\beta^2) ;$$

$$K_1(\beta^2) \rightarrow \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp(-\beta^2) ;$$

$$S \rightarrow 1 .$$

Таким чином, потрібна умова виконується.

Перевіримо тепер, як веде себе формула (16) при $\beta \rightarrow 0$. Ясно, що із збільшенням шорсткості, коли $m_2 \rightarrow \infty$ (відповідно $\beta \rightarrow 0$), повинна виконуватись умова $S \rightarrow \infty$. Використовуючи результати [12], для нашого випадку маємо:

$$K_0(\beta^2) \rightarrow -2 \ln \beta ;$$

$$K_1(\beta^2) \rightarrow \frac{1}{\beta^2} .$$

Таким чином, отримаємо:

$$S \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{\beta} - \beta \ln \beta \right) .$$

Користуючись правилом Лопіталя, маємо:

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \beta \ln \beta = 0 .$$

Отже, маємо $S \rightarrow \infty$.

Хоча формула (16) і задовольняє необхідним умовам, все таки вона викликає сумніви. Якщо проаналізувати процес її виводу [13], то стає очевидним, що аргументом модифікованих функцій Бесселя в цій формулі не може бути величина β^2 . Таким чином, є потреба ще раз повернутись до виводу формули питомої площі шорсткої, сильно анізотропної поверхні.

Розглянемо стаціонарний гаусівський профіль $z(r)$. Довжина профілю на одиничному інтервалі обчислюється за формулою:

$$L = \frac{1}{l} \int_0^l \left[1 + (z')^2 \right]^{1/2} dr ,$$

де l – номінальна довжина профілю; $z' = dz/dr$.

Математичне сподівання величини L (тобто питома довжина профілю, вона ж питома площа поверхні S) рівне:

$$\begin{aligned} S = E(L) &= E \left\{ \frac{1}{l} \int_0^l \left[1 + (z')^2 \right]^{1/2} dr \right\} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi m_2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 + (z')^2 \right]^{1/2} \exp \left[-\frac{(z')^2}{2m_2} \right] dz' = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi m_2}} \int_0^{\infty} \left[1 + (z')^2 \right]^{1/2} \exp \left[-\frac{(z')^2}{2m_2} \right] dz' . \end{aligned} \quad (17)$$

При перетвореннях в (17) беремо до уваги, що спектральний момент другого порядку m_2 – це дисперсія величини z' .

Щоб можна було порівнювати наші результати з [13], позначимо, як і в [13], $\beta = 1/(2m_2)$. Крім того, позначимо $y = (z')^2$. Тоді (17) набуває вигляду:

$$S = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \int_0^{\infty} (1+y)^{1/2} y^{-1/2} \exp(-\beta y) dy . \quad (18)$$

Відомий наступний результат [14]:

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} (x+\gamma)^{-\rho} \exp(-\mu x) dx = \gamma^{\frac{\nu-\rho-1}{2}} \mu^{\frac{\rho-\nu-1}{2}} \exp\left(\frac{\gamma\mu}{2}\right) \Gamma(\nu) \mathbf{W}_{\frac{1-\nu-\rho}{2}, \frac{\nu-\rho}{2}}(\gamma\mu) , \quad (19)$$

де $\mathbf{W}_{\lambda, \chi}(\dots)$ – функція Уїттекера;

$\Gamma(\dots)$ – гама-функція.

Оскільки в нашому випадку

$$\nu = \frac{1}{2}; \quad \gamma = 1; \quad \rho = -\frac{1}{2}; \quad \mu = \beta ,$$

то з врахуванням (19) формула (18) набуває вигляду:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(\frac{\beta^2}{2}\right) \mathbf{W}_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) . \quad (20)$$

Скориставшись рекурентними формулами, наведеними в [14], отримаємо:

$$W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) = \sqrt{\beta} W_{0,0}(\beta) + \frac{1}{2} W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) ; \quad (21)$$

$$W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) = \sqrt{\beta} W_{0,1}(\beta) - \frac{1}{2} W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) . \quad (22)$$

На підставі (21) і(22) маємо:

$$W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) = \frac{\sqrt{\beta}}{2} [W_{0,0}(\beta) + W_{0,1}(\beta)] . \quad (23)$$

Враховуючи зв'язок функцій Уіттекера з модифікованими функціями Бесселя [14], а саме:

$$W_{0,z}(z) = \sqrt{\frac{z}{\pi}} K_z\left(\frac{z}{2}\right) ,$$

маємо:

$$W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\beta) = \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}} \left[K_0\left(\frac{\beta}{2}\right) + K_1\left(\frac{\beta}{2}\right) \right] . \quad (24)$$

Підставивши (24) в (20), отримаємо:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\beta}{2}} \exp\left(\frac{\beta}{2}\right) \left[K_0\left(\frac{\beta}{2}\right) + K_1\left(\frac{\beta}{2}\right) \right] . \quad (25)$$

Якщо тепер порівняти формулу (25) з формулою (16), отриманою в [13], то стане ясно, в чому полягають помилки останньої формули. В ній замість $\beta/2$ вказано β^2 , а замість $\sqrt{\beta/2}$ вказано β .

Підставивши в (25) позначення $\beta = 1/(2m_2)$, остаточно отримаємо формулу:

$$S = \frac{1}{2\sqrt{2\pi m_2}} \exp\left(\frac{1}{4m_2}\right) \left[K_0\left(\frac{1}{4m_2}\right) + K_1\left(\frac{1}{4m_2}\right) \right] . \quad (26)$$

Перевіримо якісну поведінку формули (26). Для гладких поверхонь, коли $m_2 \rightarrow 0$, маємо:

$$K_0\left(\frac{1}{4m_2}\right) \rightarrow \sqrt{2\pi m_2} \exp\left(-\frac{1}{4m_2}\right) ;$$

$$K_1\left(\frac{1}{4m_2}\right) \rightarrow \sqrt{2\pi m_2} \exp\left(-\frac{1}{4m_2}\right) ;$$

$$S \rightarrow 1 .$$

При збільшенні шорсткості, коли $m_2 \rightarrow \infty$, отримаємо:

$$K_0\left(\frac{1}{4m_2}\right) \rightarrow \ln(4m_2) ;$$

$$K_1\left(\frac{1}{4m_2}\right) \rightarrow 4m_2 ;$$

$$S \rightarrow \sqrt{\frac{2m_2}{\pi}} + \frac{\ln(4m_2)}{2\sqrt{2\pi m_2}} .$$

Застосувавши правило Лопітала, отримуємо асимптотичну формулу для випадку великих значень m_2 :

$$S \rightarrow \sqrt{\frac{2m_2}{\pi}} . \quad (27)$$

Ясно, що при $m_2 \rightarrow \infty$ маємо $S \rightarrow \infty$.

Таким чином, виведена формула (26) задовольняє усім потрібним умовам. Проаналізувавши формулу (27), приходимо до цікавого висновку – асимптотична формула питомої площі шорсткої, сильно анізотропної поверхні збігається з формулою градієнта цієї поверхні.

Виведемо тепер на підставі точної формули (26) апроксимуючу залежність, якою можна було б користуватись в практичних розрахунках. Для цього потрібно оцінити можливий інтервал зміни величини m_2 . З формули градієнта поверхні маємо:

$$m_2 = \frac{\pi}{2} q^2 .$$

Фізичний зміст градієнта поверхні q наступний. Градієнт q – це середнє значення абсолютної величини тангенсів кутів нахилу нерівностей поверхні. Кути нахилу нерівностей реальних шорстких поверхонь складають декілька градусів, тому буде більш ніж достатньо, якщо обмежити величину q значенням 1. Відповідно для m_2 отримаємо, що для реальних поверхонь виконується нерівність $m_2 < 1,5$.

На підставі формули (26) за допомогою програми Flaеche [8] розрахований зв'язок питомої площі шорсткої, сильно анізотропної поверхні з спектральним моментом другого порядку. Отримані результати представлені на рис. 2.

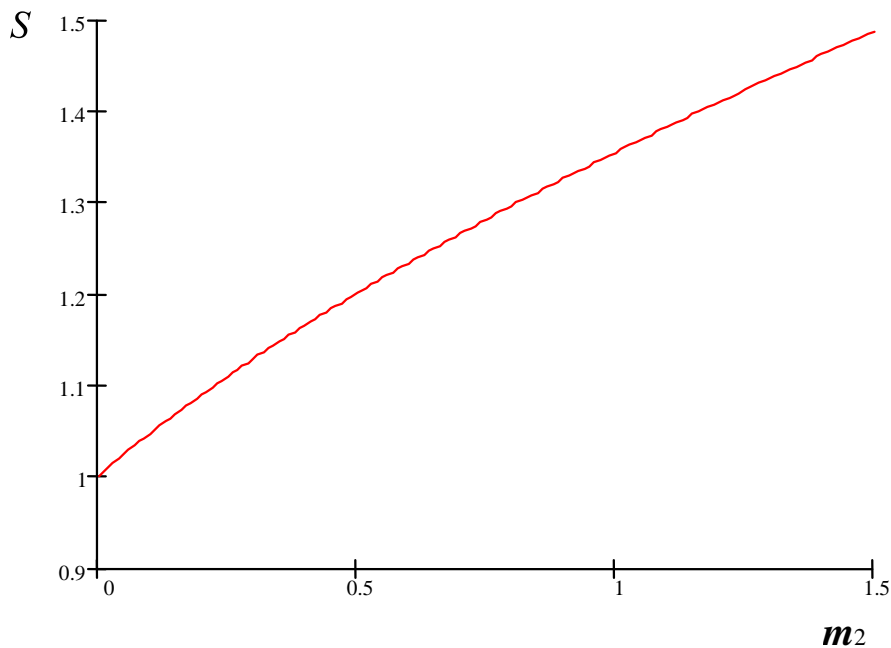


Рис. 2 Залежність питомої площі поверхні від спектрального моменту другого порядку

Залежність, представлена на рис. 2, була апроксимована формулою:

$$S = 1 + 0,352 m_2^{0,821} . \quad (28)$$

Вона якісно правильно описує поведінку питомої площі при зміні спектрального моменту другого порядку, оскільки з неї випливає, що:

$$\lim_{m_2 \rightarrow 0} S = 1 ;$$

$$\lim_{m_2 \rightarrow \infty} S = \infty .$$

Формулу (28) можна привести до такого вигляду, коли вона міститиме лише стандартні показники шорсткості, передбачені ГОСТ 2789–73. Спектральний момент другого порядку має вигляд

$$m_2 = 2\pi^3 \left(\frac{Ra}{S_m} \right)^2 , \quad (29)$$

де Ra – середньоарифметичне відхилення точок профілю шорсткої поверхні;

S_m – середній крок нерівностей профілю по середній лінії.

Підставивши (29) в (28), отримуємо такий варіант розрахункової формули:

$$S = 1 + 10,45 \left(\frac{Ra}{S_m} \right)^{1,643} . \quad (30)$$

Висновки

Для визначення середньої висоти зазору виведена точна формула

$$H_s = m_0^{1/2} \left\{ u + \left[\left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{u^2}{2} \right) \operatorname{erfc} \left(-\frac{u}{\sqrt{2}} \right) \right]^{-1} \right\} ,$$

на основі якої отримана розрахункова (інженерна) формула:

$$\frac{H_s}{\sqrt{m_0}} = \begin{cases} -8,025 + 3,898 \ln(9,236 - C), & (C < 0); \\ 190,9 \exp[-(9,14 + C)^{0,78}], & (C \geq 0) \end{cases} .$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою середньої висоти зазору різняться не більше, ніж на 0,14 при $K \leq 1$ та не більше, ніж на 0,01 при $K > 1$.

Для визначення питомої площі шорсткої, сильно анізотропної поверхні виведена точна формула

$$S = \frac{1}{2\sqrt{2\pi m_2}} \exp \left(\frac{1}{4m_2} \right) \left[K_0 \left(\frac{1}{4m_2} \right) + K_1 \left(\frac{1}{4m_2} \right) \right] .$$

Показано, що асимптотична формула для випадку великих значень m_2 має вигляд:

$$S \rightarrow \sqrt{\frac{2m_2}{\pi}} .$$

і збігається з формулою градієнта цієї поверхні.

Досліджена залежність питомої площі шорсткої, сильно анізотропної поверхні від спектрального моменту другого порядку.

На підставі точної формули отримані два варіанти розрахункової формули:

$$S = 1 + 0,352 m_2^{0,821}$$

та

$$S = 1 + 10,45 \left(\frac{Ra}{S_m} \right)^{1,643}.$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковими формулами питомої площі шорсткої поверхні різняться не більше, ніж на 0,063, або на 0,6%.

Література

1. Francis H.A. Application of spherical indentation mechanics to reversible and irreversible contact between rough surfaces // *Wear*. - 1977. - V. 45. - N 2. - P. 221 – 269.
2. Nayak P.R. Random process model of rough surfaces in plastic contact // *Wear*. - 1973. - V. 26. - P. 305 - 333.
3. Новиков И.И., Захаренко В.П., Ландо Б.С. Бесшмазочные поршневые уплотнения в компрессорах. - Л.: Машиностроение, 1981. - 238 с.
4. Семенюк Н.Ф. Исследование топографии поверхностей методом случайного поля и разработка расчётных методов оценки фактической площади контакта при трении твёрдых тел: Дис. ... канд. техн. наук. - Якутск, 1983. - 149 с.
5. Semenyuk N.F. Entwicklung von Berechnungsverfahren der Reibungs- und Verschleißtheorie mit Hilfe des Modells stochastischer Felder: Diss. B an der Technischen Hochschule Zittau. - Zittau, 1991. - 160 S.
6. Калда Г.С. Разработка методов расчёта контактных перемещений и герметичности металлополимерных сопряжений с помощью модели случайного поля: Дис. ... канд. техн. наук. - Хмельницкий, 1989. - 184 с.
7. Бачинская Н.К. Исследование контактных характеристик шероховатых, сильно анизотропных поверхностей: Дис. ... канд. техн. наук. - Хмельницкий, 1994. - 166 с.
8. Тимошук О.Г. Розробка методів розрахунку та експериментального дослідження герметичності беззмашувальних циліндро-поршневих ущільнень: Дис. ... канд. техн. наук. - Хмельницький, 2003. - 386 с.
9. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган: Пер. с англ. - М.: Наука, 1979. - 832 с.
10. Тимошук О.Г., Семенюк М.Ф. Інженерні методи розрахунку міжконтактного об'єму і ефективного рівня деформації беззмашувальних циліндро-поршневих ущільнень / Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки.- 2005.- № 1.- С.16 – 21.
11. Свириденко А.И., Чижик С.А., Петраковец И.И. Механика дискретного фрикционного контакта. - Мн.: Наука і техніка, 1990. - 272 с.
12. Хусу А.П., Витенберг ЮР., Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей /теоретико-вероятностный подход/. - М.: Наука, 1975. - 344 с.

References

1. Francis H.A. Application of spherical indentation mechanics to a reversible and irreversible contact between rough surfaces // *Wear*. - 1977. - V. 45. - N 2. - P. 221-269.
2. Nayak P.R. Random process model of rough surfaces in plastic contact // *Wear*. - 1973. - V. 26. - P. 305 - 333.
3. Novikov I.I., Zakharenko V.P., Lando B.S. Lubricating piston seals in compressors. - L.: Mechanical Engineering, 1981. - 238 p.
4. Semenyuk N.F. Investigation of the topography of surfaces by random field method and elaboration of rigorous methods for evaluating the actual contact area for solids friction: Dis. ... Candidate tech sciences - Yakutsk, 1983. - 149 p.
5. Semenyuk N.F. Entwicklung von Berechnungsverfahren der Reibungs- und Verschleißtheorie mit Hilfe des Modells stochastischer Felder: Diss. B an der Technischen Hochschule Zittau. - Zittau, 1991. - 160 S.
6. Kalda G.S. Development of methods for calculation of contact displacements and tightness of metal-poly-dimensional conjugations using a random field model: Dis. ... Candidate tech sciences - Khmel'nitsky, 1989. - 184 p.
7. Bachinskaya N.K. Investigation of contact characteristics of rough, strongly anisotropic surfaces: Dis. ... Candidate tech sciences - Khmel'nitsky, 1994. - 166 p.
8. Tymoshchuk O.G. Development of calculation methods and experimental study of tightness of non-greasy cylinder-piston seals: Dis. ... Candidate tech sciences - Khmel'nitsky, 2003. - 386 p.
9. Handbook of special functions with formulas, graphs and mathematical tables / Ed. M. Abramovets and I. Stigan: Per. from english - Moscow: Nauka, 1979. - 832 p.
10. Tymoshchuk O.G., Semenyuk M.F. Engineering methods for calculating the intercontact volume and effective level of deformation of non-greasy cylinder-piston seals / Bulletin of Khmel'nitsky National University. Technical sciences. - 2005.- №1.- P. 16-21.
11. Sviridenko A.I., Chizhik S.A., Petrakovets I.I. Mechanics of discrete friction contact. - Mn.: Nauka and technics, 1990. - 272 p.
12. Husu A.P., Vitenberg Y., Palmov V.A. Roughness of surfaces / theoretic-probabilistic approach /. - Moscow: Nauka, 1975. - 344 p.